

Exercice n°1 • Stockage d'eau

cours

1) On suppose que toute l'eau est sous forme liquide. On connaît le volume massique de l'eau liquide :

$$v_L = \frac{V_{min}}{m} \Rightarrow V_{min} = m \cdot v_L = 1,09 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 = 0,109 \text{ L}$$

2) On veut que l'eau soit entièrement sous forme vapeur à la pression P_{sat} . Ainsi,

$$P_{sat} V_g = \frac{mRT}{M} \Rightarrow V_g = \frac{mRT}{MP_{sat}} = 4,07 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 = 40,7 \text{ L}$$

Pour $V_1 = 50 \text{ L}$, on a :

$$P_1 V_1 = \frac{mRT}{M} \Rightarrow P_1 = \frac{mRT}{MV_1} = 3,9 \text{ bar} < P_{sat}$$

3) On se trouve dans le cas d'un mélange liquide/vapeur. L'eau se trouve par définition à la pression P_{sat} . Les volumes massiques valent :

$$v_L = 1,09 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \quad v_M = \frac{V_2}{m} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$v_G = \frac{V_G}{m} = 407 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$$

On utilise le théorème des moments :

$$x_{vap} = \frac{v_M - v_L}{v_G - v_L} = 2,0 \%$$

Exercice n°2 • Pression dans des pneus

☆☆☆

On note « h » pour hiver et « e » pour été. L'équation d'état des gaz parfaits donne :

$$\frac{nR}{V} = cte = \frac{P}{T} \Rightarrow P_e = \frac{P_h T_e}{T_h} = 3,46 \text{ bar}$$

L'écart de pression est supérieur à 10 %. L'automobiliste doit régler à nouveau la pression des pneus.

Exercice n°3 • Titre massique en vapeur

☆☆☆

1) Calculons la masse d'eau sous forme liquide et sous forme vapeur.

$$m_{liq} = \frac{V_{liq}}{v_L} = 98 \text{ g}$$

$$m_{gaz} = \frac{V_{gaz}}{v_G} = 24,75 \text{ g}$$

2) On en déduit le titre massique :

$$x_{vap} = \frac{m_{gaz}}{m_{gaz} + m_{liq}} = 20,2 \%$$

3) On a :

$$v_M = \frac{V}{m_{tot}} = 81,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$$

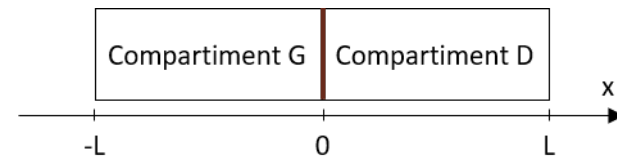
Ou de manière équivalente en utilisant le théorème des moments :

$$x_{vap} = \frac{v_M - v_L}{v_G - v_L} \Rightarrow v_M = v_L - x_{vap}(v_G - v_L) = 81,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$$

Exercice n°4 • Enceinte à deux compartiments

☆☆☆

1)



Longueur :

$$L = \frac{V_0}{S} = 0,5 \text{ m}$$

Quantité de matière :

$$n_0 = \frac{P_0 V_0}{RT_0} = 4 \text{ mol}$$

2) La quantité de matière dans chaque compartiment reste constante. De plus, à l'équilibre mécanique, les pressions des deux compartiments sont égales. Ainsi :

$$\frac{nR}{P} = cte = \frac{V_G}{T_1} = \frac{V_D}{T_0} \quad \text{et} \quad V_G = S(L+x) \quad V_D = S(L-x)$$

On en déduit :

$$\frac{L+x}{T_1} = \frac{L-x}{T_0} \Rightarrow x = L \cdot \frac{T_1 - T_0}{T_1 + T_0} = 38 \text{ mm}$$

Exercice n°5 • Cocotte-minute



1) La soupape est soumise à 3 forces : force de pression du gaz à l'intérieur, force de pression du gaz à l'extérieur et poids de la soupape. À l'équilibre mécanique, la somme des forces est nulle. Ainsi,

$$0 = SP_{int} - SP_0 - mg \Rightarrow P_{int} = P_0 + \frac{mg}{S} = 1,98 \text{ bar}$$

2) On en déduit :

$$T = 100 \cdot \left(\frac{P_{sat}}{P_0} \right)^{1/4} = 119 \text{ °C}$$

Cela permet de cuire des aliments à l'eau à des température supérieures à 100 °C.

Exercice n°6 • Stockage d'eau chaude



1) Le volume massique moyen de l'eau dans la cuve vaut $v = V_0/m = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$. À la température T_0 , le point représentatif M_1 se trouve dans le domaine de coexistence liquide-gaz. La fraction massique de gaz est donnée par le théorème des moments,

$$x_{vap} = \frac{v - v_L}{v_G - v_L} = 1,3 \cdot 10^{-4}$$

avec par lecture graphique le volume massique du liquide $v_L = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ et celui du gaz $v_G = 8,0 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$. On en déduit les masses respectives de gaz et de liquide,

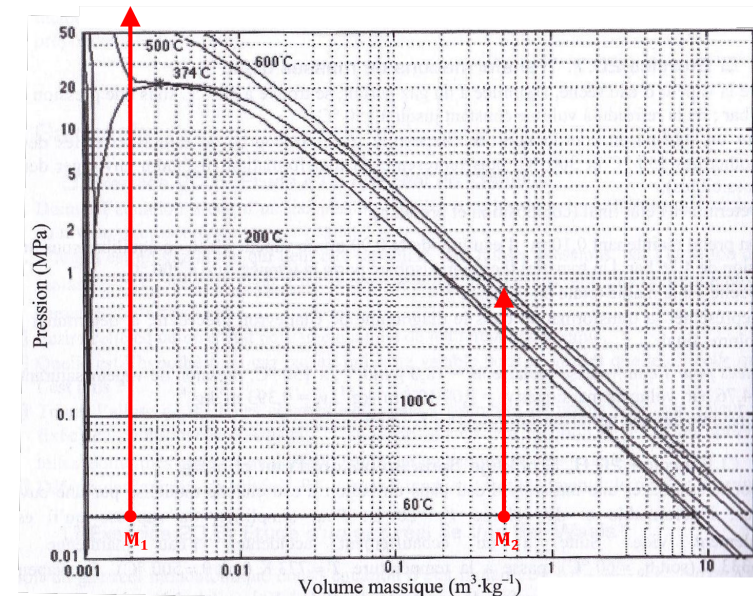
$$m_G = x_{vap} m = 13 \text{ g} \quad \text{et} \quad m_L = m - m_G \simeq m$$

L'eau est presque exclusivement sous forme liquide à cette température.

2) Comme la cuve est indéformable, son volume est constant et donc le volume massique moyen de l'eau dans la cuve est constant aussi. Le point représentatif du système dans le diagramme de Clapeyron est donc à la verticale de M_1 dans le domaine liquide. En utilisant l'équation d'état donnée pour $V = V_0$, on trouve :

$$P = P_0 + \frac{\alpha}{\chi T} (T - T_0) = 2,1 \cdot 10^3 \text{ bar}$$

Cette pression est énorme, la cuve ne pourrait pas y résister et exploserait.



3) On raisonne de même avec un volume massique moyen $v = V_0/m = 0,5 \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$. Le point représentatif du système est le point à la verticale de M_2 placé sur le diagramme, le système est alors exclusivement gazeux. On peut lire une pression P_0 de l'ordre de 7 bar, ce qui est beaucoup plus raisonnable et ne doit pas poser de problème de résistance de la cuve.

Exercice n°7 • Pompe isotherme



1) Au n -ième coup de piston, lorsque ce dernier est comprimé au maximum (volume V_{min}), la quantité de matière dans le système {réservoir + volume résiduel de la pompe} vaut :

$$n = \frac{P_n V}{RT} + \frac{P_0 V_{min}}{RT}$$

Au n -ième coup de piston, lorsque ce dernier est étendu au maximum (volume V_{max}), la soupape entre le réservoir et la pompe est ouverte (la pression est la même dans les deux compartiments) et la quantité de matière trouvée précédemment se retrouve distribuée différemment :

$$n = \frac{P_{n+1}V}{RT} + \frac{P_{n+1}V_{max}}{RT}$$

En égalisant les deux expressions, puis en isolant P_{n+1} , il vient :

$$P_{n+1} = \frac{V}{V + V_{max}} \cdot P_n + \frac{V_{min}}{V + V_{max}} \cdot P_0$$

2) Dans la limite où n tend vers l'infini, la pression P_n tend vers une constante :

$$P_{lim} = \frac{V}{V + V_{max}} \cdot P_{lim} + \frac{V_{min}}{V + V_{max}} \cdot P_0 \Rightarrow P_{lim} = \frac{V_{min}}{V_{max}} \cdot P_0$$

Si $V_{min} \rightarrow 0$, alors $P_{lim} \rightarrow 0$, on peut vider entièrement le réservoir. Si $V_{min} \ll V_{max}$, alors $P_{min} \ll P_0$: on peut faire un bon vide.

3) Calculons $P_{n+1} - P_{lim}$ en fonction de $P_n - P_{lim}$.

$$\begin{aligned} P_{n+1} - P_{lim} &= \frac{V}{V + V_{max}} \cdot P_n + \frac{V_{min}}{V + V_{max}} \cdot P_0 - P_{lim} \\ &= \frac{V}{V + V_{max}} \cdot (P_n - P_{lim} + P_{lim}) + \left(\frac{V_{min}}{V + V_{max}} - 1 \right) P_{lim} \\ &= \frac{V}{V + V_{max}} \cdot (P_n - P_{lim}) \end{aligned}$$

On en déduit que $P_n - P_{lim}$ est une suite géométrique de raison $\frac{V}{V + V_{max}} < 1$.

Ainsi,

$$\begin{aligned} P_n - P_{lim} &= \left(\frac{V}{V + V_{max}} \right)^n (P_0 - P_{lim}) \\ \Rightarrow P_n &= \left(\frac{V}{V + V_{max}} \right)^n (P_0 - P_{lim}) + P_{lim} \end{aligned}$$